Prof. Moyano

SEGUNDO PARCIAL VIRTUAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II –Z2053- nov.-2020

APELLIDO Y NOMBRES:……………………………………………..DNI:…………………………..

EJERCICIO 1	EJERCICIO 2	EJERCICIO 3	EJERCICIO 4	CALIFICACIÓN

EJERCICIO 1: Calcular el volumen del cuerpo limitado por las superficies:
$S_1: x^2+y^2-z=0 \quad y \quad S_2: x^2+y^2+z-9=0$.

EJERCICIO 2: Hallar el valor de la circulación del campo
$\vec{f}(x,y)=(xy, x^2+y^2)$, a lo largo de la frontera de la región:
$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \ / x^2-y\leq 0 \ \wedge \ x-y\geq 0\}$.

EJERCICIO 3: Determinar el flujo del campo vectorial
$\vec{f}(x,y,z)=(x^4y, -2x^3y^2, z^2)$, a través de la superficie del sólido $H=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \ /0\leq z\leq 5 \ \wedge \ x^2+y^2\leq 16\}$

EJERCICIO 4: Encuentre la solución general de la ecuación diferencial

$$y'' - 5y' + 6y = 2x + 3$$

AM2	2° parcial Prof Mayono	HOJA N° FECHA Nov/20

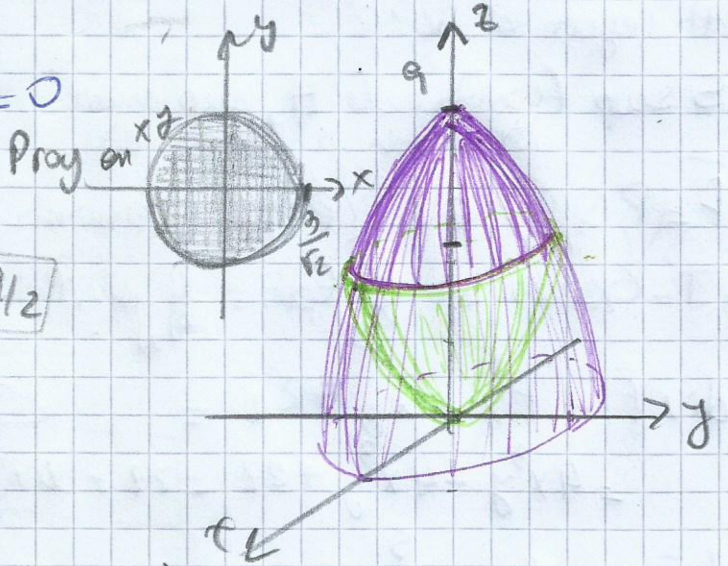
$\boxed{E1}$: Calcular el volumen del cuerpo limitado por las superficies:

$$S_1: x^2+y^2-z=0$$
$$S_2: x^2+y^2+z-9=0$$

Hallo la $S_1 \cap S_2$

$$\begin{cases} \boxed{z = x^2+y^2} \\ \boxed{z = 9-(x^2+y^2)} \end{cases} \rightarrow \boxed{x^2+y^2 = 9/2}$$

en $z = 9/2$



$0 \le t \le 2\pi$

$0 \le r \le 3/\sqrt{2}$

$r^2 \le z \le 9-r^2$

$$\begin{cases} x = r\cos(t) \\ y = r\,\mathrm{sen}(t) \\ z = z \end{cases}$$

Jac.

$$Vol_W = \iiint_W dx\,dy\,dz \overset{C.V}{=} \int_0^{2\pi}\int_0^{3/\sqrt{2}}\int_{r^2}^{9-r^2} r \; dz\,dr\,dt = \int_0^{2\pi}\int_0^{3/\sqrt{2}} r(9-r^2-r^2)\,dr\,dt =$$

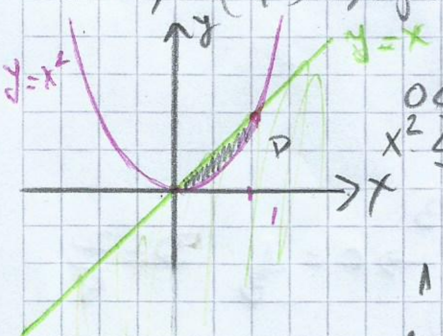
$$= \int_0^{2\pi} dt \int_0^{3/\sqrt{2}} 9r-2r^3\,dr = 2\pi \cdot \frac{81}{\cancel{8}_4} \rightarrow \boxed{Vol_W = \frac{81}{4}\pi}$$

(E2) Hallar el valor de la circ. del campo $\bar{F}(x,y) = (xy, x^2+y^2)$ a lo largo de la frontera de la región D

$$D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, \boxed{x^2-y \le 0} \wedge \boxed{x-y \ge 0}\}$$

C: curva cerrada, suave
D: región compacta de $\mathbb{R}^2$
$\bar{F}\in C^1$, $\bar{F}=(P,Q) \rightarrow P$ y Q polinomios

$\Rightarrow$ T. Green: $\oint_{C+} \bar{F}\,d\bar{l} = \iint_D Q'_x - P'_y \,dx\,dy$



$0 \le x \le 1$

$x^2 \le y \le x$

$Q'_x = 2x$

$P'_y = x$

$$= \iint_D 2x - x \;dx\,dy = \int_0^1\int_{x^2}^{x} x \;dy\,dx =$$

$$= \int_0^1 x(x-x^2)\,dx = \frac{1}{12}$$

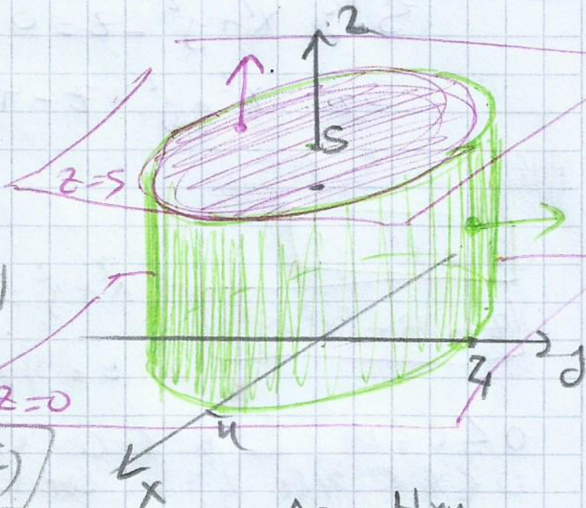
$$\boxed{\oint_{C+} \bar{F}\,d\bar{l} = 1/12}$$

NOTA

E3 Determinar el flujo del campo vectorial $\bar{F}(x,y,z) = (x^4 y, -2x^3 y^2, z^2)$ a través de la superficie del sólido: $H = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 0 \le z \le 5 \wedge x^2+y^2 \le 16\}$

H región de $\mathbb{R}^3$

S sup frontera de H, sup suave orientada al exterior)



$\bar{F} = (P,Q,R) \in C^1$ (P, Q, R : polinomios)

$\Rightarrow$ T. Gauss : $\iint_S \bar{F} d\bar{s} = \iiint_W \text{div}.\bar{F} \, dvol$

$\text{div}(\bar{F}) = P'_x + Q'_y + R'_z =$

$= 4x^3y - 4x^3y + 2z = \boxed{2z = \text{div}(\bar{F})}$

Area H_{xy}

$\iint_S \bar{F} d\bar{s} = \iint_{H_{xy}} \int_0^5 2z \, dz \, dx dy = \iint_{H_{xy}} 25 \, dx dy = 25 \boxed{\iint_{H_{xy}} dx dy} = 25 \pi 4^2$

$$\boxed{\iint_S \bar{F} d\bar{s} = 400\pi}$$

E4 Encontrar la solución general de la ec. dif. $y'' - 5y' + 6y = 2x+3$

SH) $y'' - 5y' + 6y = 0$

$r^2 - 5r + 6 = 0 \to r_1 = 3, \; r_2 = 2$

$$\boxed{y_H = Ae^{3x} + Be^{2x}}$$

SP) $y = Cx + D \to y' = C \quad y'' = 0$

$0 - 5C + 6(Cx + D) = 2x + 3$

$\underbrace{-5C + 6D}_{=3} + \underbrace{6C}_{2}x = 2x + 3$

$\begin{cases} -5C + 6D = 3 \\ 6C = 2 \end{cases} \to C = \frac{1}{3} \quad D = \frac{7}{9}$

$$\boxed{y_P = \frac{x}{3} + \frac{7}{9}}$$

$$\boxed{y_{(x)} = Ae^{3x} + Be^{2x} + \frac{x}{3} + \frac{7}{9}}$$ sol. gral.

NOTA